



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
Etapa locală – 17.02.2024

Clasa a VIII-a

Problema 1

(7 puncte)

Arătați că, dacă a, b, c sunt numere raționale nenule, astfel încât

$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$, atunci numărul $N = \left(\frac{a \cdot b}{c} + 1\right) \left(\frac{b \cdot c}{a} + 1\right) \left(\frac{a \cdot c}{b} + 1\right)$ este nenegativ, iar $\sqrt{N} \in \mathbb{Q}$

Problema 2

(7 puncte)

Fie cifrele nenule a, b, c . Demonstrați inegalitatea:

$$\frac{ab\sqrt{ab}}{ab^2 + ba^2} + \frac{bc\sqrt{bc}}{bc^2 + cb^2} + \frac{ac\sqrt{ac}}{ca^2 + ac^2} \leq \frac{a + b + c}{242}$$

(Gazeta Matematică 10/2023)

Problema 3

(7 puncte)

Fie $VABCD$ o piramidă patrulateră regulată. Punctul M este mijlocul înălțimii VO , punctul N este mijlocul segmentului BM , iar $P \in [AO]$ astfel încât $AP = 3 \cdot PO$. Demonstrați că $PN \parallel (VDC)$

(Gazeta matematică)

Problema 4

(7 puncte)

Piramida $VABCD$ are baza $ABCD$ dreptunghi. Punctele P și Q sunt mijloacele segmentelor VB , respectiv CV .

- a) Arătați că dreptele AP și DQ sunt concurente.
- b) Dacă $AP \cap DQ = \{M\}$, aflați unghiul format de dreptele VM și BC .

Toate subiectele sunt obligatorii!
Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.

Succes!!!